|  |  |
| --- | --- |
| **SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO**  **THANH HÓA**  **ĐỀCHÍNH THỨC** | **KÌ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP TỈNH**  **NĂM HỌC 2017-2018**  **Môn thi: TOÁN- Lớp 11 THPT**  Thời gian: **180 phút** *(không kể thời gian giao đề)*  *Ngày thi: 09 tháng 3 năm 2018* |

**HƯỚNG DẪN CHẤM VÀ THANG ĐIỂM**

*(Gồm có 07 trang)*

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Câu** | **NỘI DUNG** | **Điểm** |
| **I**  **4,0 điểm** | **1. Lập bảng biến thiên và vẽ đồ thị  của hàm số  biết rằng  đi qua điểm** | **2,0** |
| Do  đi qua điểm nên | 0,50 |
| Ta được hàm số  ***Bảng biến thiên như sau :***   |  |  | | --- | --- | |  | 1 | |  | 0 | | 0,75 |
| ***Đồ thị:*** Có đỉnh và trục đối xứng là đường thẳng  và có hình dạng như sau: | 0,75 |
| **2. Giải bất phương trình** | **2,0** |
| Điều kiện xác định của bất phương trình là | 0,50 |
| Ta có (2) | 0,50 |
| Xét khi đó: nên (2) luôn đúng.  Vậy  là nghiệm của BPT đã cho. | 0,25 |
| Xét : BPT (2) | 0,50 |
| Vậy tập nghiệm của BPT là | 0,25 |
| **Chú ý 1: *Nếu học sinh không xét các trường hợp như trên mà biến đổi luôn từ BPT (2) thành BPT (3) và đưa ra đúng tập nghiệm thì chỉ cho tối đa 1,25 đ.*** |  |
| **Chú ý 2: *Có thể giải theo cách sau***  ĐKXĐ:  hoặc . | 0,50 |
| BPT | 0,50 |
| Nhận thấy  là một nghiệm của BPT. | 0,25 |
| Xét trường hợp . Khi đó  nên BPT (2) tương đương với  hoặc | 0,50 |
| Từ đó có tập nghiệm của BPT là  ***Nếu học sinh giải theo cách này nhưng không xét các trường hợp như trên mà biến đổi luôn từ BPT (2) thành BPT (3) và đưa ra đúng tập nghiệm thì chỉ cho tối đa 1,25 đ.*** | 0,25 |
| **II**  **4,0 điểm** | **1. Giải phương trình** | **2,0** |
| ĐKXĐ: | 0,25 |
| Phương trình tương đương với | 0,50 |
| hoặc | 0,50 |
| hoặc . | 0,50 |
| So sánh với điều kiện suy ra nghiệm của phương trình đã cho là | 0,25 |
| **2. Giải hệ phương trình** | **2,0** |
| ĐKXĐ: | 0,25 |
| Nhận thấy nếu  thì từ (1) suy  Thay  vào (2) không thỏa mãn.  Vậy ta có điều kiện  điều này có nghĩa là    Khi đó ta có: | 0,50 |
|  | 0,25 |
| * Xét . Thế vào (2) ta được   Vì  nên trường hợp này hệ có hai nghiệm | 0,50 |
| * Xét phương trình   Từ phương trình (2) ta có:    Do đó  nên (3) vô nghiệm.  Vậy hệ có hai nghiệm  **Chú ý 3: *Nếu học sinh không lập luận để chỉ ra***  ***trước khi thực hiện nhân chia liên hợp từ phương trình (1) thì chỉ cho tối đa 1,75đ.*** | 0,50 |
| **III**  **4,0 điểm** | **1. Cho  là các số thực phân biệt và không âm. Chứng minh rằng** | **2,0** |
| Ta có | 0,25 |
| Không mất tính tổng quát, có thể giả sử .  Khi đó có các bất đẳng thức sau:    (luôn đúng)  Tương tự cũng có | 0,50 |
| Do đó nếu đặt thì | 0,25 |
| Ta có bất đẳng thức cơ bản sau:  với | 0,25 |
| Áp dụng ta được: | 0,50 |
| Vậy  Suy ra .  Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi | 0,25 |
| **2. Cho dãy số  xác định như sau**  **Tính giới hạn** | **2,0** |
| Từ giả thiết ta có  Suy ra dãy  là một cấp số nhân có công bội | 0,50 |
| Cũng từ giả thiết ta có  Suy ra dãy  là một cấp số nhân có công bội | 0,50 |
| Từ (1) và (2) ta có hệ | 0,50 |
| Suy ra | 0,50 |
| **Chú ý 4: *Có thể giải theo cách sau***  Xét phương trình đặc trưng của dãy truy hồi là | 0,50 |
| Phương trình có 2 nghiệm là | 0,50 |
| Do đó . Với | 0,50 |
| Suy ra  và do đó | 0,50 |
| **IV**  **4,0 điểm** | **1. Xếp ngẫu nhiên 10 học sinh gồm 2 học sinh lớp 11A, 3 học sinh lớp 11B và 5 học sinh lớp 11C thành một hàng ngang. Tính xác suất để không có học sinh của cùng một lớp đứng cạnh nhau.** | **2,0** |
| Số phần tử của không gian mẫu : | 0,25 |
| Gọi  là biến cố “Không có học sinh của cùng một lớp đứng cạnh nhau”. Để tìm  ta thực hiện theo hai bước sau:  **Bước 1:** Xếp 5 học sinh của lớp 11C thành 1 dãy: có 5! cách xếp.  Khi đó, 5 học sinh của lớp 11C tạo ra 6 khoảng trống được đánh số từ 1 đến 6 như sau:  **1C2C3C4C5C6** | 0,25 |
| **Bước 2:** Xếp 5 học sinh của hai lớp 11A và 11B vào các khoảng trống sao cho thỏa mãn yêu cầu của bài toán. Khi đó chỉ xảy ra hai trường hợp sau:  ***Trường hợp 1:*** Xếp 5 học sinh của hai lớp 11A và 11B vào các vị trí 1, 2, 3, 4, 5 hoặc các vị trí 2, 3, 4, 5, 6: có  cách xếp. | 0,50 |
| ***Trường hợp 2:*** Xếp 5 học sinh của hai lớp 11A và 11B vào các vị trí 2, 3, 4, 5; trong đó có 1 vị trí xếp 2 học sinh gồm 1 học sinh của lớp 11A và 1 học sinh của lớp 11B; 3 vị trí còn lại mỗi vị trí xếp 1 học sinh.  + Có 4 cách chọn một vị trí xếp 2 học sinh.  + Có  cách chọn cặp học sinh gồm 1 học sinh ở lớp 11A và 1 học sinh lớp 11B.  Suy ra có  cách xếp 2 học sinh gồm 1 học sinh của lớp 11A và 1 học sinh của lớp 11B học sinh vào một vị trí. | 0,25 |
| + Có 3! cách xếp 3 học sinh vào 3 vị trí còn lại (mỗi vị trí có 1 học sinh).  Do đó trường hợp này có  cách xếp. | 0,25 |
| Suy ra tổng số cách xếp là cách xếp. | 0,25 |
| Vậy xác suất cần tìm là . | 0,25 |
| **2. Trong mặt phẳng toạ độ , cho tam giác  vuông cân tại . Các điểm lần lượt thuộc các cạnh  sao cho ( không trùng với các đỉnh của tam giác). Đường thẳng  đi qua và vuông góc với cắt cạnh  tại, đường thẳng  đi qua vàvuông góc với cắt cạnh  tại. Tìm toạ độ các đỉnh của tam giác biết rằng đỉnh  thuộc đường thẳng  và có hoành độ dương.** | **2,0** |
|  |  |
| Gọi *D* là điểm sao cho *ABDC* là hình vuông và *E, F* lần lượt là giao điểm của đường thẳng *AH, MK* với đường thẳng *CD*.  Ta có mà  là trung điểm của  là trung điểm của | 0,50 |
| Từ đó tìm được . Ta có  véctơ pháp tuyến của *BC*  là  Phương trình *BC* là: | 0,25 |
| Ta có *AC* là đường thẳng đi qua *C* và tạo với *BC* một góc .  Gọi véctơ pháp tuyến của *AC* là , với .  Ta có | 0,25 |
| * Với  chọn  ta có phương trình *AC*:   Toạ độ điểm *A* là nghiệm của hệ  (loại). | 0,25 |
| * Với  , chọn  ta có phương trình *AC*:   Toạ độ điểm *A* là nghiệm của hệ (thoả mãn) | 0,25 |
| Phương trình *AB* là:  Toạ độ điểm *B* là nghiệm của hệ (thoả mãn)  Vậy tọa độ các điểm cần tìm là:  **Chú ý 5: *Nếu học sinh công nhận điểm H là trung điểm của KC (không chứng minh) và tìm đúng tọa độ các đỉnh của tam giác thì chỉ cho tối đa 1,0 điểm.*** | 0,50 |
| **V**  **4,0 điểm** | **1. Cho tứ diện có . Một mặt phẳng  thay đổi luôn đi qua trọng tâm  của tứ diện, cắt các cạnh  lần lượt tại các điểm . Chứng minh rằng biểu thức  có giá trị không đổi.** | **2,0** |
|  |  |
| Vì *G* là trọng tâm tứ diện *SABC*  nên ta có tính chất:, với M là điểm tùy ý.  Áp dụng tính chất trên cho điểm ta có: | 0,50 |
| Lại có | 0,50 |
| Do đó | 0,50 |
| Vì bốn điểm  đồng phẳng nên phải có | 0,50 |
| 2. Cho hình chóp tứ giác  có đáy  là hình bình hành. Một điểm  di động trên cạnh đáy (*M* khác *B,C*). Mặt phẳng đi qua *M* đồng thời song song với hai đường thẳng *SB, AC*. Xác định thiết diện của hình chóp  cắt bởi  và tìm vị trí điểm *M* để thiết diện đó có diện tích lớn nhất**.** | **2,0** |
|  |  |
| Kẻ  Gọi  Khi đó thiết diện cần tìm là ngũ giác , trong đó tứ giác *MNPQ* là hình bình hành. | 0,50 |
| Gọi  là góc giữa  và .  Đặt  Khi đó .  Suy ra | 0,50 |
| Gọi *I*là trung điểm của *SD*, khi đó:  Do góc giữa *RE* và *PQ* bằng  nên    Vậy | 0,50 |
| Áp dụng bất đẳng thức Cauchy, ta có    Từ  suy ra  Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi  hay | 0,50 |

**---------- Hết ------------**

***Chú ý:***

**- Các cách làm khác nếu đúng vẫn cho điểm tối đa, điểm thành phần giám khảo tự phân chia trên cơ sở tham khảo điểm thành phần của đáp án.**

**- Các trường hợp khác tổ chấm thống nhất phương án chấm.**